Субрегулярные характеры унитреугольной группы над конечным полем

Игнатьев Михаил Викторович[1]
студент
Самарский государственный университет, механико-математический факультет, Самара, Россия
e-mail: mihail_ignatev@mail.ru

Получены точные формулы для субрегулярных характеров унитреугольной группы над конечным полем достаточно большой характеристики.

Пусть $G = G_n(k)$ – унитреугольная группа (то есть группа строго нижнетреугольных матриц размера n×n с единицами на главной диагонали) с элементами из фиксированного поля k. Если $k = \mathrm{F}_q$ – конечное поле, то G – конечная группа. Возникает классическая задача теории представлений: описание (классов эквивалентности неприводимых комплексных) представлений группы G. Эта задача эквивалентна построению таблицы всех неприводимых характеров группы G. Если char $k = p > n$, то для группы G работает метод орбит Кириллова [3, Proposition 2]: неприводимые характеры находятся во взаимно-однозначном соответствии с орбитами коприсоединённого представления. Почти все орбиты (в смысле топологии Зарисского) имеют максимальную размерность (они называются *регулярными*). Известно описание таких орбит и соответствующих характеров (см. [1], [7]).

Естественным обобщением является рассмотрение орбит предмаксимальной размерности; назовём их *субрегулярными*. Субрегулярный случай играет важную роль в алгебраической геометрии и K-теории (см., например, [5]). Субрегулярные орбиты описаны в работе [2]. Нами получены точные формулы для характеров представлений, соответствующих таким орбитам. Более подробно, получены явные уравнения, описывающие классы сопряжённости, на которых произвольный фиксированный субрегулярный характер принимает ненулевые значения, и вычислено его значения на каждом таком классе. Доказательство проводится индукцией по n с использованием метода Макки полупрямого разложения группы G (по поводу применения этого метода к группе G см., например, [4]).

Оказалось, что ответ может быть дан в терминах коэффициентов миноров так называемой *характеристической матрицы*. В этих же терминах описываются сами субрегулярные орбиты и вообще все орбиты при $n \leq 7$ [2], а также все неприводимые характеры при $n \leq 5$ [6]. Можно предположить, что в таких терминах могут быть описаны вообще все орбиты и характеры для произвольного n.

Литература

1. Andre C.A.M. The basic character table of the unitriangular group. // J. Algebra, v. **241**, 2001, p. 437-471.
2. Ignatev M.V., Panov A.N. Coadjoint orbits of the group UT(7, *K*). arXiv: math.RT/0603649.
3. Kazhdan D. Proof of Springer's hypothesis. // Israel J. Math., v. **28**, 1977, p. 272-286.
4. Lehrer G.I. Discrete series and the unipotent subgroup. // Composito Math., v. **28**, fasc. 1, 1974, p. 9-19.
5. Lusztig G. Subregular nilpotent elements and bases in K-theory. // Canad, J. Math., v. **51**(**6**), 1999, p.1194-1225.
6. Игнатьев М.В. Характеры унитреугольной группы над конечным полем. // Материалы XIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных "Ломоносов". Том IV. --- М.: Изд-во МГУ, 2006, с. 65-66.
7. Кириллов А.А. Унитарные представления нильпотентных групп Ли. // УМН, т. **17**, 1962, с. 57-110.

[1] Автор выражает благодарность своему научному руководителю д.ф.-м.н., профессору Панову А.Н. за постоянное внимание к работе и поддержку