Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Частный дифференциал Кларка и проекция полного дифференциала Кларка

Куренной Алексей Святославович
Студент
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия
E-mail: alex-kurennoy@yandex.ru

Важный класс задач оптимизации образуют задачи, в которых целевая функция и ограничения дифференцируемы лишь один раз, но их производные локально липшицевы. Перспективным подходом к решению таких задач является метод последовательного квадратичного программирования [1, 4]. При этом вместо матрицы Гессе функции Лагранжа по прямой переменной $\frac{\partial^2 L}{\partial x^2}(x^k,\, \lambda^k,\, \mu^k)$ в текущей точке $(x^k,\, \lambda^k,\, \mu^k) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^l \times \mathbb{R}^m$ должна использоваться матрица из проекции дифференциала Кларка [2] градиента функции Лагранжа, то есть такая матрица $V_k \in \mathbb{R}^{n\times n}$, что

$$[\mathrm{V}_k\ W_k] \in \partial \frac{\partial L}{\partial x}(x^k,\, \lambda^k,\, \mu^k)$$

для некоторой матрицы $W_k \in \mathbb{R}^{n\times(l+m)}$ [3]. Однако, более естественным является выбор матрицы из частного дифференциала Кларка

$$\mathrm{V}_k \in \partial_x \frac{\partial L}{\partial x}(x^k,\, \lambda^k,\, \mu^k),$$

т. е. из дифференциала Кларка отображения $\frac{\partial L}{\partial x}(\cdot,\, \lambda^k,\, \mu^k)$ в точке x^k. В работе показано, что для градиента функции Лагранжа частный дифференциал и проекция полного совпадают, а значит, указанные два способа выбора матрицы V_k на самом деле эквивалентны.

Литература

1. Измаилов А.Ф., Солодов М.В. Численные методы оптимизации. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2008.
2. Кларк Ф. Оптимизация и негладкий анализ. М.: Наука, 1988.
3. Hun J., Sun D. Superlinear convergence of approximate Newton methods for LC1 optimization problems without strict complementarity // Recent advances in nonsmooth optimization. Singapore: World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 1995, P. 141–158.
4. Qi L. Superlinearly convergent approximate Newton methods for LC1 optimization problems // Math. Program, 1994, V. 64, №3, P. 277–294.