

Секция «Математика и механика»

Нелинейное случайное блуждание, связанное с процессом

Орнштейна-Уленбека

Музыка Степан Андреевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: *stepan_muzychka@mail.ru*

В отличие от теории Марковских процессов пока не существует общей теории для так называемых нелинейных Марковских процессов, хотя общие определения были введены Г. МакКином ([2]) в связи с изучением различных моделей кинетической теории. Впоследствии множество авторов (см. [1],[3]) рассматривали предельные ситуации для систем взаимодействующих частиц, приводящие к процессам рассматриваемого вида.

В данной работе мы изучаем пример нелинейного марковского процесса, связанного с классической теорией вероятностей, а конкретней с теорией случайных блужданий. Модель содержит интересные свойства (отсутствующие в классическом случае): однопараметрическое семейство стационарных мер, интеграл движения, сходимости к стационарному случайному блужданию и т.д. Важно отметить, что наша система имеет тесную связь с классическим процессом Орнштейна-Уленбека. Соответствующая этому случаю интуиция позволяет сделать нашу систему решаемой.

Кратко опишем рассматриваемую модель и сформулируем результаты. Пусть X_t — случайное блуждание на целочисленной решетке \mathbb{Z} с непрерывным временем, задаваемое интенсивностями перехода:

$$\lambda_n = \beta(n)e^{-c(n-L)}; \quad \mu_n = \beta(n+1)e^{c(n-M)},$$

где L и M — некоторые параметры, которые в свою очередь зависят от распределения процесса $p = \{p_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ через систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} L' = - \sum_{n \in \mathbb{Z}} p_n \lambda_n + C_\lambda, \\ M' = + \sum_{n \in \mathbb{Z}} p_n \mu_n - C_\mu. \end{cases}$$

Доказывается теорема о существовании и единственности процесса, а также сходимости к неподвижным точкам.

Литература

- 1 C. Graham, S. Meleard. Stochastic particle approximations for generalized Boltzmann models and convergence estimates. *Ann. Prob.*, 1997, v. 25, No. 1, 115-132.
- 2 H. McKean. A class of Markov processes associated with nonlinear parabolic equations. *Proceedings of National Ac. Sci. USA.*, 1966, v.56, No. 6, 1907-1811.
- 3 A.-S. Sznitman. Topics in propagation of chaos. *Lecture Notes Math.*, 1991, v. 1464, 165-251.