Секция «Математика и механика»

О единичных проверяющих тестах для константных неисправностей на выходах функциональных элементов

Коляда Сергей Сергеевич
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: Kolyadass@mail.ru

В работе рассматривается задача построения легкотестируемых схем из функциональных элементов [1] в базисах из элементов, имеющих не более двух входов. Допускаются единичные произвольные константные неисправности на выходах элементов [3-6], когда в неисправное состояние может перейти ровно один элемент схемы, который вне зависимости от того, что подаётся на его входы, выдаёт некоторую булеву константу δ, где $\delta \in \{0, 1\}$.

Пусть S — схема, реализующая в исправном состоянии булеву функцию $f(\tilde{x})$, $\tilde{x} = (x_1, \ldots, x_n)$. Схему S будем считать *неизбыточной*, если при переходе в любое неисправное состояние любого элемента эта схема реализует *нетривиальную* [2], то есть отличную от $f(\tilde{x})$ функцию неисправности $g(\tilde{x})$.

Множество наборов T=$\{\tilde{\sigma}_1, \ldots, \tilde{\sigma}_l\}$ называется *единичным проверяющим тестом* для схемы S, реализующей функцию f, если для любой нетривиальной функции неисправности g существует набор $\tilde{\sigma}$ из T такой, что $f(\tilde{\sigma}) \neq g(\tilde{\sigma})$; число l называется *длиной теста*.

Рассмотрим все базисы [5] из элементов, имеющих не более двух входов:
$B_1 = \{x \wedge y, \overline{x}\}$,
$B_2 = \{x \wedge y,\ x \oplus y,\ 1\}$,
$B_3 = \{x \wedge y,\ x \oplus y \oplus 1,\ 0\}$,
$B_4 = \{x \wedge y,\ x \oplus y,\ x \oplus y \oplus 1\}$,
$B_5 = \{\overline{x \wedge y}\}$,
$B_6 = \{x \vee y,\ \overline{x}\}$,
$B_7 = \{x \vee y,\ x \oplus y,\ 1\}$,
$B_8 = \{x \vee y,\ x \oplus y \oplus 1,\ 0\}$,
$B_9 = \{x \vee y,\ x \oplus y,\ x \oplus y \oplus 1\}$,
$B_{10} = \{\overline{x \vee y}\}$,
$B_{11} = \{x \wedge \overline{y},\ \overline{x}\}$,
$B_{12} = \{x \wedge \overline{y},\ 1\}$,
$B_{13} = \{x \vee \overline{y},\ \overline{x}\}$,
$B_{14} = \{x \vee \overline{y},\ 0\}$,
$B_{15} = \{x \wedge \overline{y},\ x \oplus y \oplus 1\}$,
$B_{16} = \{x \vee \overline{y},\ x \oplus y\}$,
$B_{17} = \{x \wedge \overline{y},\ x \vee \overline{y}\}$.

Теорема. Для любой булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$, $n \geq 3$, для любого $i \in \{1, \ldots, 17\}$ существует неизбыточная схема в базисе B_i, реализующая данную функцию и допускающая единичный проверяющий тест, длина которого не превосходит $n + 3$.

Аналогичная оценка для схем в базисе Жегалкина получена в [7], однако метод построения легкотестируемых схем из [7] годится только для базисов содержащих конъюнкцию и линейную функцию($x \oplus y$ или $x \oplus y \oplus 1$).

Доказательство теоремы проводится конструктивно, то есть для каждого i для произвольной булевой функции $f(x_1, \ldots, x_n)$ строится схема в базисе B_i и представляется единичный проверяющий тест, удовлетворяющий условиям теоремы.

Литература

1. Лупанов О.Б. Асимтотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ, 1984.

2. Редькин Н.П. Дискретная математика. М.: Физматлит, 2009.

3. Редькин Н.П. Надёжность и диагностика схем. М.: Изд-во МГУ, 1992.

4. Чегис И.А., Яблонский С.В. Логические способы контроля работы электрических схем. Тр. МИАН СССР. 1958, т.51, с. 270-360.

5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. 2-е изд. М.: Наука, 1986.

6. Яблонский С.В. Некоторые вопросы надёжности и контроля управляющих систем. Математические вопросы кибернетики. Вып.1. М.: Наука. Физматлит, 1988, с. 5-25.

7. Reddy S.M. Easily testable realization for logic functions. IEEE Trans. Comput. 1972, №1, p. 124-141.

Слова благодарности

Автор, пользуясь случаем, выражает свою признательность д.ф.-м.н. профессору Редькину Н.П. за постоянное внимание к работе.