

Секция «Вычислительная математика и кибернетика»

Оптимальное управление в математической модели терапии лейкемии с фазовыми ограничениями

Гончаров Андрей Сергеевич

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет вычислительной математики и кибернетики, Москва, Россия

E-mail: agon1@mail.ru

Лейкемия это рак крови или костного мозга, который характеризуется бесконтрольной пролиферацией кроветворных клеток и замещением раковыми клетками нормальных.

В данной работе представлен анализ математической модели лейкемии, описанной в [2, 3, 4], но с нелинейным характером соревнования между нормальными и лейкоцитарными клетками, обоснованным в [1], и учетом фазовых ограничений. Нелинейный характер взаимодействия объясняется тем, что при значительном увеличении численности больных клеток число нормальных клеток уменьшается пропорционально своему количеству. Предполагается на основании эмпирических данных, что размножение клеток обоих типов происходит по закону Гомперца, а лекарство убивает не только лейкоцитарные клетки, но и нормальные. В модели имеется отдельное уравнение на концентрацию лекарства в организме, общее количество которого ограничено сверху некоторой константой для обеспечения безвредности терапии для больного. Влияние лекарства на нормальные и лейкоцитарные клетки описывается функцией терапии, причем функция влияния терапии на здоровые клетки является строго монотонной, а на больные немонотонной функцией с единственной точкой максимума из-за устойчивости больных клеток к лекарству. Управление определяет скорость введения лекарства.

Была поставлена задача управления концентрацией лекарства с целью минимизировать количество лейкоцитарных клеток с учетом фазовых ограничений вида $N > N_{min}$, где N_{min} — минимальное допустимое количество нормальных клеток. Поставленная задача была решена с помощью принципа максимума Понтрягина и метода штрафов. Проведено сравнение с результатами решения той же задачи без фазовых ограничений.

Литература

1. Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
2. Afenya E.K., Calderon C.P. A brief look at normal cells decline and inhibition in acute leukemia. //J. Can. Det. Prev., 1996. Vol. 20, No. 3, P. 171-191.
3. Bratus A.S., Fimmel E., Nurnberg F., Todorov Y. On strategies in mathematical model for leukemia therapy. // Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2011. Vol. 12, No. 5.
4. Bratus A. S., Fimmel E., Nuernberg F., Semenov Y. S., Todorov Y. An optimal strategy for leukemia therapy: a multi-objective approach. // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2011. Vol. 26, No. 6, P. 589-604.