

Секция «Математика и механика»

Достаточное условие несингулярности дискретного конечнозонного при одной энергии двумерного оператора Шредингера на квад-графе

Василевский Борис Олегович

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: vasilevskiy.boris@gmail.com

В теории интегрируемых систем математической физики важную роль играет конечнозонный подход. В непрерывном случае хотелось бы упомянуть работу Дубровина, Кричевера и Новикова [1], в которой они показали интегрируемость двумерного стационарного конечнозонного оператора Шредингера при фиксированной энергии. Не только чисто теоретический интерес вызывает задача построения интегрируемых дискретизаций этого оператора. Интегрируемая гиперболическая дискретизация на квадратной решетке (построено прямое и обратное спектральное преобразование в периодическом случае) была найдена И. М. Кричевером [4]. Далее, в статье A. Doliwa, P. Grinevich, M. Nieszporski, P. M. Santini [5] была получена эллиптическая дискретизация из специальной редукции гиперболической дискретизации. Эта редукция в терминах спектральных данных оказалась очень похожа на редукцию в работах Веселова и Новикова [2], [3] для непрерывного случая. В частности, на спектральной кривой требуется наличие голоморфной инволюции с двумя неподвижными точками.

Хорошим обобщением квадратной решетки является квад-граф, у которого каждая грань по построению является четырехугольником. Здесь хотелось бы отметить работу A. Bobenko, C. Mercat, Y. Suris [6]. В одной из ее глав обсуждается вложение квад-графа в комплексную плоскость, при котором каждая грань переходит в параллелограмм, и интегрируемость возникающего при таком вложении оператора Коши-Римана в смысле «3D-совместности». При этом случай положительных весов в точности соответствует уже ромбовидному вложению и является самым интересным.

В настоящем докладе делается первый шаг к применению конечнозонного подхода для построения дискретных операторов Коши-Римана и Шредингера на квад-графе. Обсуждается идея о том, что правильным определением несингулярности дискретного оператора является как раз его положительность. Кроме того, приводятся условия на обобщенные спектральные данные и квад-граф, достаточные для положительности весов построенных операторов. Примечательно, что для спектральных данных работают условия, абсолютно аналогичные условиям из [2], [3] для выделения несингулярных и строго положительных потенциалов двумерного оператора Шредингера в непрерывном случае.

Литература

1. Б. А. Дубровин, И. М. Кричевер, С. П. Новиков *Уравнение Шредингера в периодическом поле и римановы поверхности* — доклад АН СССР, 229(1976), 15-18.
2. А. П. Веселов, С. П. Новиков *Конечнозонные двумерные операторы редингера. Явные формулы и эволюционные уравнения* — доклад АН СССР, 279:1(1984), 20-24.

3. А. П. Веселов, С. П. Новиков *Конечнозонные двумерные операторы Шредингера. Потенциальные операторы* — доклад АН СССР, 279:4(1984), 784-788.
4. И. М. Кричевер *Двумерные периодические разностные операторы и алгебраическая геометрия* — ДАН СССР, 285:1 (1985), 31-36.
5. A. Doliwa, P. Grinevich, M. Nieszporski, P. M. Santini *Integrable lattices and their sublattices: from the discrete Moutard (discrete Cauchy-Riemann) 4-point equation to the self-adjoint 5-point scheme* — Journal of Mathematical Physics, 48:1 (2007), 013513
6. A. Bobenko, C. Mercat, Y. Suris *Linear and nonlinear theories of discrete analytic functions. Integrable structure and isomonodromic Green's function* — J. Reine Angew. Math., 583 (2005), 117–161

Слова благодарности

Выражаю большую благодарность своему научному руководителю Петру Георгиевичу Гриневичу за постановку задачи и напутствия в ее решении.