

О характеристике R – факторизуемых G – пространств.

Мартьянов Евгений Вячеславович

Выпускник (специалист)

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Механико-математический факультет, Кафедра общей топологии и геометрии, Москва,
Россия

E-mail: binom00@yandex.ru

Аппроксимация произвольного тихоновского пространства X при помощи класса пространств Ξ и класса непрерывных отображений F таких, что для произвольной непрерывной функции $f \in C(X)$ найдутся $Z \in \Xi$, $g: X \rightarrow Z$, $g \in F$ и $h \in C(X)$ для которых выполняется равенство $f = h \circ g$, является полезным инструментом исследований топологических пространств. Изучению R -факторизуемых топологических групп предшествовала теорема Л.С. Понтрягина: если f -непрерывная вещественная функция на компактной топологической группе G , тогда существует замкнутый нормальный делитель N группы G такой, что фактор-группа G/N метризуемая и f постоянна на каждом смежном классе. Само понятие R -факторизуемости топологических групп было введено М.Г. Ткаченко [1]. Достаточно обширная литература по данному вопросу имеется в литературе [2]. В литературе [2, открытая проблема 8.4.4] был поставлен вопрос: верно ли, что фактор-группа M -факторизуемой топологической группы M -факторизуема? В работе Ли-Хонг Хи и Шоу Линя [3] был дан положительный ответ на поставленный вопрос, кроме того, получена характеристика R -факторизуемых топологических групп [3, теорема 4.9]: топологическая группа R -факторизуема тогда и только тогда, когда она имеет свойство ω - U и является ω -узкой группой. В работе [4] было введено понятие R -факторизуемого G -пространства. В работе вводятся следующие понятия: свойство ω - U и сильное свойство ω - U для G -пространства с d -открытым действием (определения 3 и 5 соответственно), m - и M -факторизуемость G -пространства с d -открытым действием (определение 4). Основным результатом является теорема 3: G -пространство X с d -открытым действием ω -узкой группы является R -факторизуемым тогда и только тогда, когда оно удовлетворяет свойству ω - U . В качестве следствий, получены теоремы 4 и 5: G -пространство X с d -открытым действием ω -узкой (ω -уравновешенной) группы является m -факторизуемым (M -факторизуемым) тогда и только тогда, когда оно удовлетворяет сильному свойству ω - U . Выбор в качестве действия группы на G -пространстве d -открытого действия обусловлен известной степенью общности: достаточно сослаться на результат [5, лемма 9] и, как следствие, на [4, пример 3.12].

Источники и литература

- 1) Tkachenko M.G. Factorization theorems for topological groups and their applications // Topol. Appl. 1991. 38, N 1. 21–37.
- 2) Arhangel'skii A.V., Tkachenko M.G. Topological groups and related structures. Paris. Atlantis Press. 2008.
- 3) Xie L.H., Lin S. R -factorizability and uniform continuity in topological groups // Topol. Appl. 2012. 159. 2711–2720.
- 4) Kozlov K.L. R -factorizable G -spaces // preprint
- 5) Успенский V. V. Топологические группы и компакты Дугунджи // Мат. Сб. 1989. 180, N 8. 103–128.

Слова благодарности

Автор выражает глубокую благодарность К. Л. Козлову за внимание к работе.