

Разрешимость системы с нулевыми правыми частями для случая отрицательных коэффициентов

Научный руководитель – Алексеенко Сергей Николаевич

Донцова Марина Владимировна

Кандидат наук

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

E-mail: dontsowa.marina2011@yandex.ru

Рассмотрим систему вида:

$$\begin{cases} \partial_t u(t, x) + (au(t, x) + bv(t, x) + h_1)\partial_x u(t, x) = 0 \\ \partial_t v(t, x) + (cu(t, x) + gv(t, x) + h_2)\partial_x v(t, x) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $u(t, x)$, $v(t, x)$ - неизвестные функции, a , b , c , g , h_1 , h_2 - известные отрицательные константы.

В данной работе с помощью метода дополнительного аргумента проводится исследование нелокальной разрешимости задачи Коши для системы вида (1) с начальными условиями

$$u(0, x) = \varphi_1(x), \quad v(0, x) = \varphi_2(x) \quad (2)$$

в области $\Omega_T = \{(t, x) | 0 \leq t \leq T, x \in (-\infty, \infty), T > 0\}$.

С помощью метода дополнительного аргумента и преобразований получена система интегральных уравнений [1], [2], [3]:

$$w_1(s, t, x) = \varphi_1(x - \int_0^t (aw_1 + bw_3 + h_1)d\tau), \quad (3)$$

$$w_2(s, t, x) = \varphi_2(x - \int_0^t (cw_4 + gw_2 + h_2)d\tau), \quad (4)$$

$$w_3(s, t, x) = w_2(s, s, x - \int_s^t (aw_1 + bw_3 + h_1)d\tau), \quad w_4(s, t, x) = w_1(s, s, x - \int_s^t (cw_4 + gw_2 + h_2)d\tau). \quad (5)$$

Обозначим $\bar{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$ - пространство функций один раз дифференцируемых по переменной t , дважды дифференцируемых по переменной x , имеющих смешанные производные второго порядка и ограниченные вместе со своими производными на Ω_T .

Справедлива теорема:

Теорема. Если $\varphi_i \in \bar{C}^2(R^1)$, $i = 1, 2$, и выполняются условия:

1) $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$, $g < 0$, $h_1 < 0$, $h_2 < 0$,

2) $\varphi_1'(x) \leq 0$, $\varphi_2'(x) \leq 0$ на R ,

Тогда для любого $T > 0$ существует единственное решение задачи Коши (1), (2) $u(t, x), v(t, x) \in \bar{C}^{1,2,2}(\Omega_T)$, которое определяется из системы интегральных уравнений (3) - (5).

Источники и литература

- 1) Алексеенко С.Н., Шемякина Т.А., Донцова М.В. Условия нелокальной разрешимости систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико – математические науки. 2013. №3 (177). С. 190–201.
- 2) Донцова М.В. Исследование разрешимости системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со свободными членами // Материалы Международного молодежного научного форума «ЛОМОНОСОВ-2014» / Отв. ред. А.И. Андреев, А.В. Андриянов, Е.А. Антипов, М.В. Чистякова. [Электронный ресурс] — М.: МАКС Пресс, 2014. — 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM).
- 3) Донцова М.В. Нелокальная разрешимость одной системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка со свободными членами // Сборник научных трудов по материалам международной заочной научно-практической конференции «Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика». Воронеж: ВГЛТА, 2014. №5. Ч. 1. С. 37-38.